Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** $b_2=b_1q,\ b_3=b_1q^2,\ b_5=b_1q^4,\ b_6=b_1q^5,$ $b_1q\left(1+q^3\right)=156,\ \ b_1q^2\left(1+q^3\right)=468$ $q=3$	**1p** **2p** **2p**
5p	**2.** $x_V=-\dfrac{b}{2a}=1,\ y_V=-\dfrac{\Delta}{4a}=-1$ $V\in d\Leftrightarrow y_V=(m-2)x_V-3$ $m=4\in\mathbf{R}$	**2p** **2p** **1p**
5p	**3.** $\dfrac{4^x}{4}-2\cdot2^x+3=0$ $2^x=t,t>0\Rightarrow t^2-8t+12=0$ $t_1=2\Rightarrow x=1$ $t_2=6\Rightarrow x=\log_2 6$	**1p** **2p** **1p** **1p**
5p	**4.** Funcția f impară $\Leftrightarrow f(-2)=-f(2)$, $f(-1)=-f(1)$ și $f(0)=-f(0)$ de unde $f(0)=0$. Astfel vom avea $5\cdot5\cdot1=25$ de funcții.	**2p** **3p**
5p	**5.** $\overrightarrow{BT}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BM}\right)$. Cum $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BM}\Rightarrow\overrightarrow{BT}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ $\overrightarrow{BT}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)\Rightarrow\overrightarrow{BT}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}-\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}$	**3p** **2p**
5p	**6.** $\sin\alpha\cos\dfrac{\pi}{4}-\cos\alpha\sin\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{8}\Rightarrow\sin\alpha-\cos\alpha=\dfrac{1}{4}$ Prin ridicare la pătrat obținem $1-2\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{1}{16}\Rightarrow\sin2\alpha=\dfrac{15}{16}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1.a)** $\det A=\begin{vmatrix}1&1&1\\a&b&c\\bc&ac&ab\end{vmatrix}\overset{C_2-C_1}{\underset{C_3-C_1}{=}}\begin{vmatrix}1&0&0\\a&b-a&c-a\\bc&c(a-b)&b(a-c)\end{vmatrix}=$ $=(a-b)(a-c)\begin{vmatrix}1&0&0\\a&-1&-1\\bc&c&b\end{vmatrix}=(a-b)(a-c)\begin{vmatrix}-1&-1\\c&b\end{vmatrix}=(a-b)(a-c)(c-b)$	**2p** **3p**
5p	**b)** $a\ne b,\ b\ne c,a\ne c\Rightarrow(a-b)(a-c)(c-b)\ne0\Rightarrow\det A\ne0$ $\det A\ne0\Rightarrow$ sistemul este compatibil determinat Cum sistemul este omogen, soluția este $(0,0,0)$	**2p** **1p** **2p**
5p	**c)** $a=b\ne c\Rightarrow\det A=0$ Sistemul este omogen $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\a&a&c\\ac&ac&a^2\end{pmatrix}\Rightarrow d_p=\begin{vmatrix}1&1\\a&c\end{vmatrix}=c-a\ne0\Rightarrow$ sistem compatibil nedeterminat	**1p**

	$x=\alpha\in\mathbf{R}\Rightarrow\begin{cases}y+z=-\alpha\\ ay+cz=-a\alpha\end{cases}\Rightarrow y=-\alpha$ și $z=0$ $x_0^2+y_0^2+z_0^2-18=0\ \Rightarrow 2\alpha^2=18\Rightarrow\alpha_1=3,\alpha_2=-3$ $(x_0,y_0,z_0)\in\{(3,-3,0),(-3,3,0)\}$	3p 1p
5p	**2. a)** $x*y=3(x-2)(y-2)+2\Rightarrow x*(2-3x)=3(x-2)(-3x)+2$ $3(x-2)(-3x)+2=2\Rightarrow x_1=2,\ x_2=0$	**2p** **3p**
5p	**b)** $x*y=3(x-2)(y-2)+2\Rightarrow x*2=2*x=2,\forall x\in\mathbf{R}$ $\frac{1}{21}*\frac{2}{21}*\ldots*\frac{42}{21}*\ldots*\frac{2022}{21}\overset{lege\ asoc}{=}$ $\underbrace{\left(\frac{1}{21}*\frac{2}{21}*\ldots*\frac{41}{21}\right)}_{A}*\frac{42}{21}*\underbrace{\left(\frac{43}{21}*\ldots*\frac{2022}{21}\right)}_{B}=A*2*B\overset{lege\ asoc}{=}(A*2)*B=2*B=2$	**2p** **1p** **2p**
5p	**c)** $a*b*c=9(a-2)(b-2)(c-2)+2$ $9(a-2)(b-2)(c-2)+2=65\Rightarrow(a-2)(b-2)(c-2)=7\Rightarrow$ $(a-2,b-2,c-2)\in\{(1,1,7),(1,7,1),(7,1,1),(-1,-1,7),(-1,7,-1),(7,-1,-1)\}$ $(a,b,c)\in\{(3,3,9),(3,9,3),(9,3,3),(1,1,9),(1,9,1),(9,1,1)\}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1.a)** $f'(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}\cdot x-\ln(x+1)}{x^2}$ $\Rightarrow x^2\cdot f'(x)=\frac{x}{x+1}-\ln(x+1)$	**3p** **2p**
5p	**b)** $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>o}}\frac{\ln(1+x)}{x}=1\Rightarrow$ funcția nu admite asimptotă verticală. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(1+x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x+1}=0$ $\Rightarrow y=0$ asimptotă orizontală la $+\infty$. Graficul funcției admite o singura asimptotă	**2p** **2p** **1**
5p	**c)** $f'(x)=\frac{1}{x^2}\left(\frac{x}{x+1}-\ln(x+1)\right)$ Cum $\frac{1}{x^2}>0,\forall x\in(0,+\infty)$, semnul derivatei este dat de semnul funcției $g(x)=\frac{x}{x+1}-\ln(x+1)$, $g:(0,+\infty)\to\mathbf{R}$. $g'(x)=-\frac{x}{(x+1)^2}<0,\forall x\in(0,+\infty)$ $\Rightarrow g$ este strict descrescătoare pe $(0,+\infty)\Rightarrow g(x)<\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>o}}g(x)=0\ \Rightarrow f'(x)<0,\ \forall x\in(0,+\infty)$ $\Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $(0,+\infty)$. Cum $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ și $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>o}}f(x)=1\Rightarrow f(x)\in(0,1)\Rightarrow a=1$	 **2p** **1p** **2p**
5p	**2. a)** F derivabilă pe $\mathbb{R}$ și $F'(x)=f(x),(\forall)x\in\mathbb{R}$ $e^x\cdot\left[ax^2+(2a+b)x+(b+c)\right]=e^x\cdot(2x^2+3x+4),(\forall)x\in\mathbb{R}$ Rezultă: $\begin{cases}a=2\\2a+b=3\\b+c=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\in\mathbb{R}\\b=-1\in\mathbb{R}\\c=5\in\mathbb{R}\end{cases}$.	**1p** **2p** **2p**

5p	**b)** Din a) $F(x)=e^{x}\cdot\left(2x^{2}-x+5\right)+c,\ c\in\mathbb{R}$ este o primitivă oarecare a lui f $A(0,2)\in G_{F}\Rightarrow F(0)=2\Rightarrow 5+c=2\Rightarrow c=-3\in\mathbb{R}$ $F(x)=e^{x}\cdot\left(2x^{2}-x+5\right)-3,\ (\forall)\,x\in\mathbb{R}$	**2p** **2p** **1p**
5p	**c)** Fie $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ o primitivă oarecare a lui f. F convexă pe $\mathbb{R}\Leftrightarrow F''(x)>0,\ (\forall)\,x\in\mathbb{R}$ $F''(x)=(F'(x))'=f'(x)=e^{x}\cdot\left(2x^{2}+3x+4\right)+e^{x}(4x+3)=e^{x}\cdot\left(2x^{2}+7x+7\right),\ (\forall)\,x\in\mathbb{R}$ Deoarece $e^{x}>0,\ (\forall)\,x\in\mathbb{R}$ și $2x^{2}+7x+7>0\ (\forall)\,x\in\mathbb{R}$ pentru că $\Delta<0$ rezultă $F''(x)>0,\ (\forall)\,x\in\mathbb{R}$. În consecință, F convexă pe $\mathbb{R}$.	**1p** **2p** **2p**